

# 基于 Simulink 的水箱加热过程模拟与分析

谢天

(广东省建筑设计研究院有限公司, 广东 广州 510010)

**摘要:** 为了确定加热器采用启停(on/off)控制策略时, 加热器和温度传感器在水箱中的最优设置位置, 本文采用 Simulink 对水箱加热过程进行建模分析。通过调整模型中加热器的加热功率、加热器和温度传感器的设置位置以及时间常数, 将水箱分为五个水层进行加热过程模拟。结果表明, 加热器应该置于出水口相同水层, 温度传感器应该放置于加热器下方水层。

**关键词:** 空调水箱设计; simulink; 出水温度稳定; 加热器; 温度传感器

**中图分类号:** TP277

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-7344(2022)44-0184-03

## 0 引言

水箱是空调系统中的常用设备, 根据功能可以将其分为膨胀水箱、缓冲水箱和蓄能水箱。空调系统中的水箱通常同时负责多种功能, 水箱的设计过程往往需要综合考虑定压补水、提高系统水量和稳定出水温度等多种要求。在采暖季, 通常需要在水箱内部设置加热器以稳定出水温度, 加热器以及温度传感器的放置位置会影响水箱出水温度的波动偏差。因此, 本文利用 Simulink 模拟分析方法, 考虑加热器和传感器的实际响应时间, 以探究水箱内部加热器和温度传感器的最佳放置位置。

## 1 模型描述及简化

本文主要探讨的问题是在只通过加热器的启停控制(on/off)来保证水箱出水温度的相对稳定时, 加热器及温度传感器的最佳放置位置。模拟水箱加热过程需要先建立水箱模型, 本文以长为 0.25m, 宽为 0.25m, 高为 0.5m 的水箱作为模型, 水箱材料假设为铝。水箱进水和出水流量平衡为 2kg/s, 水箱进水温度为  $t_{in}=20^{\circ}\text{C}$ , 水箱出水口温度设置为  $t_{set}=60^{\circ}\text{C}$ , 温度传感器的回差为  $\Delta t=1^{\circ}\text{C}$ ; 水箱悬空, 底部距离地板 0.5m; 空气温度  $t_0=20^{\circ}\text{C}$ 。

加热器加热过程水箱的水温为非均匀分布, 加热器附近的水温较高, 通过导热和对流作用逐渐加热其他水体。由于实际加热过程的水温在三维空间上为非均匀分布, 直接对其加热过程进行模拟会导致模型过于复杂, 计算速度慢。本文假定水箱中的水体在相同高度上温度相同, 将三维问题简化成二维问题。由于水箱中相近高度的水温几乎相同, 为了减少计算量, 本文采用水层高度相近且水温相近的水体, 并采用水层的平均温度作为水层的水温。基于前文水箱模型的高度数据, 本文将水箱分为 5 层, 认为每层水体的水温相同。

简化后的水箱模型如图 1 所示。

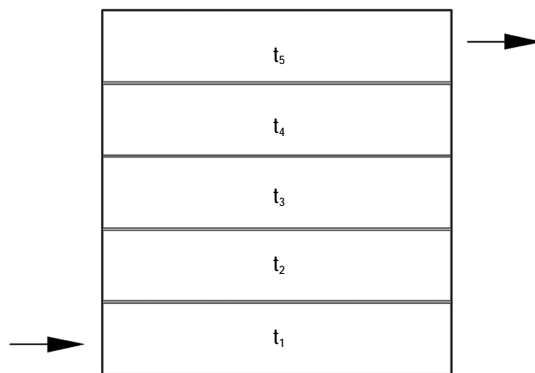


图 1 模型

在只通过控制加热器的 on/off 来保证出水口处水温较恒定时, 影响该模型的主要因素有以下三点: 加热器的时间常数; 温度传感器的时间常数以及加热器的加热量。

## 2 模型求解

### 2.1 传热系数的求解

#### 2.1.1 水箱与空气之间的传热系数

本模型中假设水箱壁温与水温相等, 故不同水层所对应的壁温不同。由传热学知识可得, 水箱壁与空气之间进行自然对流传热, 故采用自然对流传热准则关联式<sup>[1]</sup>, 如式(1)、式(2)所示。

$$Nu=C(G_r P_r)^n=CR_a^n; \quad (1)$$

$$Gr=g\alpha\Delta t l^3\nu^{-2}. \quad (2)$$

式中:  $R_a$ ——瑞利准则<sup>[2]</sup>,  $R_a=G_r\cdot P_r$ ;  $G_r$ ——格拉晓夫准则<sup>[3]</sup>;  $\alpha$ ——体积膨胀系数,  $1/K$ ;  $\nu$ ——运动粘度,  $m^2/s$ ;  $l$ ——定型尺寸,  $m$ ;  $\Delta t$ ——壁温与空气温度之差,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $C$ 、 $n$ ——由实验确定的常数, 各式的定性温度为  $t_m=(t_1+t_0)/2$ 。各种条件下的  $C$ 、 $n$  取值参考文献[4]内相关数值。

经过分析,水箱侧面应该按竖平壁的对流换热条件计算,水箱下侧壁面按热面朝下的水平壁的对流换热条件计算,水箱上侧表面按热面朝上的水平壁的对流换热条件计算。由于水箱中各水层的水温不是恒定,故取  $d\tau$  时间内进行分析,认为短暂时间内各水层的水温是恒定的,故第一层水层与空气接触面包含下侧壁面与侧面,对流换热系数的计算如式(3)~式(5)所示。

$$U_1 = U_{1x} + U_{1c} \quad (3)$$

$$U_{1x} = h_1 A_{1x} = Nu_{1x} \frac{\lambda_{1x} ab}{\left(\frac{a+b}{2}\right)} \quad (4)$$

$$U_{1c} = h_1 A_{1c} = Nu_{1c} \frac{\lambda_{1c}}{\left(\frac{h}{5}\right)} \times 2(a+b) \frac{h}{5} \quad (5)$$

其中: $U_1$ ——第一层水层与空气的对流换热系数, W/K; $U_{1x}$ ——第一层水层下侧面与空气的对流换热系数, W/K; $U_{1c}$ ——第一层水层侧面与空气的对流换热系数, W/K; $Nu_{1x}$ ——下壁面的努谢尔特准则数; $Nu_{1c}$ ——侧壁面的努谢尔特准则数, 其中的定性温度是个变量, 通过 *simulink* 即时更换壁面温度计算而得; $\lambda_{1x}$ 、 $\lambda_{1c}$ ——定性温度下的空气导热系数, W/(m·K)。同理, 由上述分析可知, 第二至第四水层只有侧面与空气进行对流换热, 对流换热系数的计算如式(6)所示。

$$U_j = h_j A_j = Nu_j \frac{\lambda_j}{\left(\frac{h}{5}\right)} \times 2(a+b) \frac{h}{5} \quad (6)$$

其中: $j$ ——第  $j$  层水层。

第 5 层水层与空气进行热交换的壁面包含侧壁和上壁, 故其与空气的换热系数如式(7)~式(9)所示。

$$U_5 = U_{5s} + U_{5c} \quad (7)$$

$$U_{5s} = h_5 A_{5s} = Nu_{5s} \frac{\lambda_{5s} ab}{\left(\frac{a+b}{2}\right)} \quad (8)$$

$$U_{5c} = h_5 A_{5c} = Nu_{5c} \frac{\lambda_{5c}}{\left(\frac{h}{5}\right)} \times 2(a+b) \frac{h}{5} \quad (9)$$

其中: $s$ ——水箱上壁面。

以上水箱与空气的对流换热系数计算可通过 *Simulink* 搭建模型实现, 并根据传热学知识得到  $C_n$  值进而可以计算出各水层各壁面的努谢尔特准则数, 从而求得各个时刻的水箱各部分与空气的对流换热系数。

### 2.1.2 水层之间的换热系数

由于两层水间的传热系数与两层水间的自然对流状况有关, 当上层水温较高时, 认为两层水层之间只进行简单热传导, 由傅里叶导热方程计算式(10)<sup>[4]</sup>。

$$\phi_j = \frac{\lambda_j}{\delta_j} \Delta t A = M_j \Delta t \quad (10)$$

其中: $\phi_j$ ——第  $j$  层与第  $j+1$  层水层间的导热系数, W; $\lambda_j$ ——第  $j$  层水层的导热系数, W/(m·K), 由定性温度  $t_{mj} = (t_j + t_{j+1})/2$  确定; $\delta_j$ ——第  $j$  层水层的厚度, m; $M_j = \lambda_j/\delta_j$ ——第  $j$  层与第  $j+1$  层水层间的换热系数, W/K。

当下层水温较高时, 两层水层之间进行较为强烈的热交换, 水层之间的换热系数按式(11)计算。

$$M_j = 200 \Delta t^{0.6} \quad (11)$$

其中: $\Delta t$ ——水层间温差, °C, 即  $\Delta t = |t_j - t_{j+1}|$ 。

### 2.1.3 加热器与所在水层之间的换热系数

本模型加热器简化为长  $L_h = 20\text{cm}$ , 直径  $d_h = 2\text{cm}$  的四根并排铁棍, 置于某被加热水层的中间。查阅资料可得: 铁的密度为  $7272\text{kg/m}^3$ , 铁的比热容为  $420\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$ 。故加热器热容  $C_h$  按式(12)计算。

$$C_h = m_h C_h = \rho_h \pi \left(\frac{d_h}{2}\right)^2 L_h n_h C_h \quad (12)$$

其中: $m_h = \rho_h V_h$  是加热器是质量, kg。

由于电加热器工作时, 热量在电加热器上释放, 使其本身温度升高, 然后依靠加热器与水间的温差把热量传给水, 这导致加热器与水在获取热量上的不同步。加热器传热过程方程如式(13)所示。

$$C_h \frac{dt_h}{d\tau} = Q + U_{h-w} (t_j - t_h) \quad (13)$$

其中: $Q$ ——加热器的工作功率, W; $U_{h-w}$ ——加热器与水间的换热系数, W/K; $t_j$ ——加热器所在水层的水温, °C。

由式(13)可得到加热器的时间常数  $T_h = C_h/U_{h-w}$ 。该参数可通过对加热器进行实验测得, 在本模型中, 加热器的时间常数假定已知, 故可以求得加热器与水之间的传热系数。

### 2.1.4 温度传感器的传热系数

温度传感器是通过与水箱中的水进行热交换而感知水的温度, 故传热器与水之间的传热方程如式(14)所示<sup>[4]</sup>。

$$C_s \frac{dt_s}{d\tau} = U_s (t_j - t_s) \quad (14)$$

其中: $C_s$ ——传感器的热容, J/k; $U_s$ ——传感器与水之间的换热系数, W/K。定义传感器的时间常数为: $T_s = C_s/U_s$ , 可通过实验测得使用的传感器时间常数, 在本模型中直接给定传感器的时间常数。

## 2.2 模型涉及的方程

每个水层可能设涉及的传热对象有: 与空气的换热; 与上下水层之间的换热; 与加热器的换热器过程; 水层之间的水流动产生的换热; 与传感器之间的换热, 由于传感器的换热量较少, 本模型中忽略水层与传感器的换热。对上述换热过程进行分析, 可得第  $j$  水层的

传热方程如式(15)所示。

$$C_j \frac{dt_j}{d\tau} = U_j (t_0 - t_j) + h_j U_{h-w} (t_h - t_j) + M_{j-1} (t_{j-1} - t_j) + M_j (t_{j+1} - t_j) + \Delta mc (t_{j-1} - t_j) \quad (15)$$

其中： $h_j$ ——加热器的安装标志，当  $j$  层安装有加热器时， $h_j=1$ ，否则， $h_j=0$ ； $M_{j-1}$ ——第  $j$  层水层与第  $j-1$  层水层之间的换热系数，W/K； $M_j$ ——第  $j+1$  层水层与第  $j$  层水层之间的换热系数，W/K。

### 2.3 模型的求解

通过上述分析，可发现本模型中，传感器和加热器都分别可以设置于五个水层，故会产生 25 种实际模型。以下以其中一个实际模型为例，进行求解。设该模型的加热器设置在第一层，传感器设置在第五水层，模型中所涉及的传热方程如式(16)所示。

$$\begin{cases} C_1 \frac{dt_1}{d\tau} = U_1 (t_0 - t_1) + U_{h-w} (t_h - t_1) + M_1 (t_2 - t_1) + \Delta mc (t_1 - t_1) \\ C_2 \frac{dt_2}{d\tau} = U_2 (t_0 - t_2) + M_1 (t_1 - t_2) + M_2 (t_3 - t_2) + \Delta mc (t_1 - t_2) \\ C_3 \frac{dt_3}{d\tau} = U_3 (t_0 - t_3) + M_2 (t_2 - t_3) + M_3 (t_4 - t_3) + \Delta mc (t_2 - t_3) \\ C_4 \frac{dt_4}{d\tau} = U_4 (t_0 - t_4) + M_3 (t_3 - t_4) + M_4 (t_5 - t_4) + \Delta mc (t_3 - t_4) \\ C_5 \frac{dt_5}{d\tau} = U_5 (t_0 - t_5) + M_4 (t_4 - t_5) + \Delta mc (t_4 - t_5) \\ C_h \frac{dt_h}{d\tau} = Q + U_{h-w} (t_1 - t_h) \\ C_s \frac{dt_s}{d\tau} = U_s (t_5 - t_s) \end{cases} \quad (16)$$

对上述式子进行拉普拉斯变换<sup>[9]</sup>后，可在 Simulink 中建立上述模型的闭环传递函数。同理，可得其余 24 种水箱模型在 simulink 中的闭环传递函数。由于本模型主要研究的问题是传感器和加热器放置在何种位置时，出水口水温的控制效果最好，从前文的分析可知，影响出控制效果的因素可能有传感器和加热器的时间常数以及加热器的加热功率，故本模型运用 Simulink 模拟，找出不同时间常数和加热功率下产生最好控制效果时，传感器和加热器的放置位置。本模型分别设置加热器时间常数  $T_h=5s、10s、30s$ ；加热器功率  $Q=2000W、3000W、3500W$ ；传感器时间常数  $T_s=2s、10s、100s$ 。

### 3 计算结果与分析

通过 Simulink 对模型进行仿真，发现当传感器置于加热器所在水层之下时，加热器底部水层温度较低，上层水温较高，水层之间的传热系数很低，导致底层水温无法达到加热器停止加热的温度，故加热器一直处于开启状态，此时的出水口处水温远远偏离设定值，故

不可以将传感器放于加热器所在水层之下。

对传感器放于加热器水层之上的所有情况进行仿真后发现，传感器所在水层越接近加热器所在水层则出口处的水温波动越小。但也会导致加热器的启停周期越小，综合考虑后取传感器在加热器上一层水层中为较优放置位置，能在保证出水口温度波动较为稳定的同时减小加热器的启停频率。

将所有传感器位于加热器上一层水层的仿真结果进行对比后发现，改变加热器的时间常数和加热量，或者改变传感器的时间常数，都是加热器在第一水层，传感器在第二水层时，出水口水温的波动最小；在  $T_h、Q、T_s$  不变时，只要加热器和传感器的相对位置不变，则不论加热器和传感器的具体位置如何变化，出水口处的水温波动周期近似相等，即在加热器和传感器相对位置不变时，加热器的启停频率与加热器的具体位置放置水层无关。

### 4 结语

通过 Simulink 对水箱中加热器的加热功率、加热器和温度传感器的放置位置以及时间常数的多种组合进行模拟分析，结果表明，加热器放置在温度传感器的上一水层时，水箱的出水温度最稳定；当加热器与温度传感器的相对位置不发生变化时，水箱的出水温度波动周期相似，但加热器放置在出水口相同水层时，水箱出水温度的波动范围最小。因此，当认为水箱水温不均匀时，要只通过加热器的 on/off 控制来保证出水口处水温较恒定，加热器最好设置在水箱出水口相同水层，温度传感器则设置在加热器下一水层。

### 参考文献

- [1] Brüggemann H. Selected publications of Wilhelm Nusselt and Ernst Schmidt[J]. Forschung im Ingenieurwesen A, 1984, 50(3): 80.
- [2] 龙天渝, 蔡增基. 流体力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019.
- [3] Sanders C J, Holman J P. Franz Grashof and the Grashof number [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972, 15(3): 562-563.
- [4] 陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [5] Fourier J B J. Théorie Analytique De La Chaleur[M]. Chez Firmin Didot, 2009.
- [6] 金忆丹, 尹永成. 复变函数与拉普拉斯变换[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2003.

作者简介: 谢天(1996—), 女, 汉族, 湖北潜江人, 硕士研究生, 助理工程师, 主要从事暖通空调设计工作。